**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ**

Μαζαράκης Ηλίας

31120-17123

**Τα παράδοξα και η συμβολή τους στη θεμελίωση των Σύγχρονων Μαθηματικών.**

**ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Ta «Μαθηματικά παράδοξα» αποτελούν βασικό πυλώνα για την διαχρονική εξέλιξη της μαθηματικής επιστήμης. Αναμφίβολα, η δυσκολία της κατανόησης, της επεξεργασίας και της επίλυσης τους αποτελεί τροχοπέδη για τους επιστήμονες, καθώς ανάμεσα σε όλες τις αντιφάσεις και τα ανεπίλυτα προβλήματα που προκύπτουν τον κύριο ρόλο διακατέχουν η αβεβαιότητα και η προκλητική τους φύση. Δηλαδή, η ανάγκη για συνεχή αναθεώρηση και επανεξέταση της καθιερωμένης αλήθειας και των αξιωμάτων δημιουργώντας τον κίνδυνο του «προφανούς» και του «αυτονόητου». Όμως, παρόλη την δυσκολία του «ταξιδιού», ο «προορισμός» αποτελεί κινητήριο δύναμη για την πρόοδο της επιστήμης γενικότερα, δημιουργώντας «νέες» αλήθειες για την δημιουργία μαθηματικών προσεγγίσεων.

**Η ΦΥΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΔΟΞΩΝ**

Τα μαθηματικά περιέχονται στην καθημερινότητα μας και συνδυάζονται με διάφορους επιστημονικούς κλάδους, ένας εξ ’αυτών είναι η Φιλοσοφία όπου το «πάντρεμα» τους δημιούργησε το παράδοξο.Ta Mαθηματικά Παράδοξα αποτελούν ένα σημαντικό και παράλληλα συναρπαστικό κομμάτι των μαθηματικών. Συνήθως προκαλούν έκπληξη και αναταραχή στους επιστήμονες, καθώς συχνά είναι αντιφατικά με την «εικόνα» της λογικής και των καθιερωμένων αξιωμάτων. Κοιτώντας όμως την «μεγάλη εικόνα», τα ερείσματα που δημιουργούνται για την απόδειξη τους δίνουν χώρο για νέα θεωρήματα και νέα αξιώματα. Πιο συγκεκριμένα, στην πρώτη όψη τους δείχνουν κάτι το αντιφατικό, κάτι το οποίο είναι εκτός λογικής ή κάτι αρκετά σύνθετο για τον ανεκπαίδευτο νου, κρύβοντας συνήθως μια πιθανή αλήθεια. Όπως όλα τα παράδοξα όμως, είναι παράδοξα της σκέψης. Δηλαδή λανθασμένες, ανεπαρκείς ή στρατευμένες αλγοριθμικές διαδικασίες που έχουν σκοπό να «παραβιάσουν» τους κανόνες της λογικής. Μπορούν να προκύψουν από ποικίλες πηγές, μέσω της αντίφασης ανάμεσα σε διαφορετικά αξιώματα, της απροσδιοριστίας σε προβλήματα ή της υπερβολικής πολυπλοκότητας των μαθηματικών συστημάτων.

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΑΡΑΔΟΞΩΝ**

1.**Το παράδοξο του Kant.** Διεισδύοντας στην θεωρία των Συνόλων. Ορίζουμε ένα σύνολο που περιλαμβάνει όλα τα σύνολα που δεν περιέχουν τον εαυτό τους. Το ερώτημα που τίθεται είναι αν το σύνολο αυτό περιλαμβάνει τον εαυτό του. Η αντίφαση προκύπτει όταν θεωρούμε το σύνολο των συνόλων που δεν περιέχουν τον εαυτό τους ερωτώμενοι εάν αυτό περιλαμβάνει τον εαυτό του.

2.**Το Παράδοξο του Cantor.** O Cantor ήταν ένας διάσημος μαθηματικός και ασχολήθηκε με την θεωρία των συνόλων και συγκεκριμένα ανέπτυξε σε μεγάλη κλίμακα τους υπεραριθμήσιμους αριθμούς. Το παράδοξο του κάνει λόγο για ένα άπειρο σύνολο πραγματικών αριθμών μεταξύ του 0 και του 1.Παρόλα αυτά απέδειξε ότι το μέγεθος του συνόλου αυτού είναι μικρότερο από το μέγεθος του συνόλου των Φυσικών Αριθμών. Αυτή η ανακάλυψη αντιφάσκει με την λογική, έχοντας επίσης βαθύτατες επιπτώσεις στην κατανόηση της αριθμητικής και της στοιχειώδης θεωρίας συνόλων.

**3.Το Παράδοξο των Banach-Tarski:** Είναι ένα θεώρημα των καθαρών μαθηματικών σύμφωνα με το οποίο μπορούμε ένα αντικείμενο να το διαμερίσουμε σε μικρότερα μέρη και στη συνέχεια αναδιατάσσοντας τα κομμάτια με κατάλληλο τρόπο να σχηματίσουμε δύο πανομοιότυπα αντικείμενα. Το παράδοξο αυτό τονίζει την «περίεργη» φύση του κόσμου του οποίου λειτουργούν οι μαθηματικές έννοιες και ο χώρος.

**4.Το Άπειρο Ξενοδοχείο του Hilbert:** Ένα από τα πιο γνωστά παράδοξα. Μια δυσνόητη υπόθεση στην οποία αντιτίθενται οι αισθήσεις μας που αρχικά βλέπουμε το «άπειρο» ως αριθμό και όχι ως έννοια. Είναι ένα φανταστικό πείραμα που επινόησε προκειμένου σε ένα γεμάτο από επισκέπτες ξενοδοχείο, όταν έρθει ένας νέος να υπάρχει πάντα ένα κενό δωμάτιο μεταφέροντας τον ένοικο στο δωμάτιο 2,τον ένοικο του 2 στο 3 μέχρι το άπειρο. Ενώ το Ξενοδοχείο του Hilbert είναι απόλυτα αποδεκτό στον κόσμο των μαθηματικών, δεν μπορεί να γίνει πραγματικότητα καθώς η λογική μας και η επιστήμη της φυσικής το απορρίπτει εξίσου απόλυτα.

**ΘΕΜΕΛΙΩΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΑ ΠΑΡΑΔΟΞΑ**

Τα μαθηματικά παράδοξα έπαιξαν μεγάλο ρόλο στον τρόπο σκέψης των μαθηματικών. Απέδειξαν ότι τίποτα δεν μπορεί να θεωρηθεί προφανές και λογικό καθώς μπορούν να θέσουν υπό αμφισβήτηση αξιώματα που θεωρούνται αυτονόητα, να υπονομεύσουν την συνέπεια και την συνοχή μαθηματικών θεωριών δημιουργώντας προβλήματα συγκριτικά με την αξιοπιστία θεμελιωδών μαθηματικών αναλύσεων. Όλα αυτά, δημιούργησαν την ανάγκη για την ανασυγκρότησή του πρότυπου σκέψεως δίνοντας βάση στην αποσαφήνιση των λογικών και των μαθηματικών μέσων που παρεμβαίνουν στο πλαίσιο των τυπικών μαθηματικών συστημάτων. Αποτελούν αρωγός στην καλύτερη κατανόηση των ορίων καθώς και των περιορισμών των συστημάτων.

**ΕΠΙΛΟΓΟΣ**

Συνοψίζοντας, τα μαθηματικά παράδοξα αποτελούν ένα σημαντικό και συναρπαστικό πλέον κομμάτι της μαθηματικής επιστήμης. Διαχρονικά, αποτελούν βασικό κομμάτι της εξέλιξης του κλάδου, της αναθεώρησης βασικών αξιωμάτων, της κατανόησης πολυσύνθετων και απλών προβλημάτων καθώς και της διαμόρφωσης του τρόπου σκέψεως των ειδικών. Η ανάλυση τους αναδεικνύει την αξία της αβεβαιότητας και της αναζήτησης για νέες λύσεις, ενισχύοντας έτσι το επιστημονικό ενδιαφέρον για «απαντήσεις» στα διάφορα καίρια ερωτήματα που δημιουργούνται.